

MODELISATION NUMERIQUE BIDIMENSIONNELLE DES INFILTRATIONS À TRAVERS UN BARRAGE EN TERRE BIDIMENSIONAL NUMERIC MODELLING OF INFILTRATIONS THROUGH EARTH DAM

BOUCHELGHOU Farid, Post-Graduant, Sciences Hydrauliques, Université de Biskra.
fbou60@yahoo.fr

KADRI Mohamed , Maître de Conférences, Université de Bejaia. dzkad@yahoo.fr

HAMIDOU Mohamed , Maître Assistant, Université de M'Sila. hamidou_moh@yahoo.fr

Résumé : La circulation d'un fluide à travers un milieu poreux, ou plus particulièrement, l'écoulement de l'eau dans le sol, peut avoir des répercussions majeures sur les études techniques de l'ouvrage hydrotechnique. La détermination du champs de pressions interstitielles dans les massifs en terre au cours du temps, ainsi le réseau d'infiltration est donc une donnée dont il faut tenir compte dans le calcul de dimensionnement de ces ouvrages qui ont pour fonction essentielle de retenir des plans d'eau de hauteur et d'étendu parfois très important et par conséquent sont des ressources en eau de grande importance. En effet, le mouvement de l'eau à travers ces milieux est régit par une équation différentielle de second ordre (équation de Laplace), dont l'utilisation des solutions analytiques lorsqu'elles existent semble une démarche quelque peu désuète, la raison laquelle nous avons élaboré dans ce présent travail un modèle numérique basé sur la méthode des éléments finis (MEF) permettant la résolution du problème d'infiltration à travers les barrages en terre où on a présenté les différents résultats de calculs numériques comparés aux résultats théoriques sous forme de tableaux et de courbes permettant de déterminer : les pressions interstitielles, les charges hydrauliques, les fonctions de courant, les vitesses d'infiltration et ainsi le débit de fuite.

Mots clés : Barrage en terre, Modélisation numérique, Débit de fuite.

Abstract : A circulation of a fluid through a porous media, or more especially, a groundwater flow can have major repercussions on technical studies of hydrotechnical work. A determination of pore water pressures in earth massifs during the time, so a flow network is therefore a data of which it is necessary to take account in the calculation of dimensionality of these works that has for essential function to keep plans of height water and of extended sometimes very important and are therefore resources in water of big importance. Indeed, a water movement through these media is governed by a differential equation of second order (Laplace's equation), of which the use of analytic solutions when they exist seems a gait somewhat outmoded, the reason which we elaborated in this present work a numeric model based on finite elements method (FEM) permitting a resolution of seepage problem through earth dams in while presenting the different results of numerical computations compared to the theoretical results as pictures and curves permitting to determine: pore water pressures, hydraulic loads, stream functions, seepage velocities and this a flow rate.

Key Words: Earth Dam, Numeric modelling, Flow rate.

Symboles

U (-)	Fonction d'interpolation.	k(m/s)	Coefficient de perméabilité.
Ω (-)	Domaine géométrique.	MEF	Méthode des éléments finis.
Ni(-)	Fonction d'interpolation.	MDF	Méthode des différences finis.

INTRODUCTION

L'Algérie dispose actuellement de plus de 100 barrages en exploitation totalisant une capacité de $4.5.10^9$ m³, or du fait de l'érosion assez sensible des bassins versants, l'Algérie perd annuellement un volume de 20.10^6 m³ suites aux dépôts des sédiments dans les retenues. A coté de ces dépôts sédiments, s'ajoutent les infiltrations des eaux à travers les digues en terre. A titre d'exemple, la capacité initiale du barrage de Ghrib (Média) était de 280.10^6 m³ en 1939 et n'était que de 10^9 m³ en 1977 (Bouchelghoum et al, 2005).

Les premières recherches fructueuses concernant les infiltrations, on utilisa d'abord la loi de Darcy publiée en 1856, ensuite en 1886, Forcheimer démontra que la distribution de la pression d'eau dans un milieu poreux et la vitesse d'écoulement pouvait être déterminées au moyen de l'équation de Laplace, et vers 1900 que les méthodes de résolution de cette équation existaient et pouvaient être appliquées aux barrages. Et en 1937, Casagrande publia une synthèse des connaissances sur les infiltrations à travers les barrages et démontra que la loi de Darcy et l'équation de Laplace étaient à la base essentielle de ces études et qui n'a reçu de solutions analytiques que dans des cas particuliers simples (C.F.G.B, 2000).

S'inscrivant dans ce contexte, l'objectif de ce présent travail est la contribution à la solution du problème d'un écoulement permanent avec surface libre à travers une digue homogène en terre soumis aux différents niveaux de l'eau, et reposant sur une assise imperméable. Les valeurs de la charge totale Q , et la valeur du potentiel hydraulique φ sont comparées par les solutions théoriques.

Le programme élaboré modélise l'écoulement de l'eau à travers le massif d'un barrage en terre *sans tapis filtrant* dans lequel une surface phréatique se développe, comme l'écoulement entièrement saturé. Dans ce cas, les pressions interstitielles sont nulles au-dessus de la surface phréatique et la phase d'air est négligée en tant que passive. Deux lois de transport des liquides sont disponibles correspondant à la perméabilité isotrope et anisotrope. Le modèle nul d'écoulement de l'eau est donné pour indiquer les matériaux imperméables, et les différentes zones peuvent avoir de différents modèles et propriétés de l'écoulement de l'eau.

MODELISATION NUMERIQUE ET RESOLUTION DU PROBLEME

L'étude d'un problème physique passe par la représentation mathématique du phénomène grâce à des équations aux dérivées partielles.

Ainsi, les équations aux dérivées partielles constituent l'un des importants thèmes de la compréhension scientifique, et un moyen rapide de développement dans toutes les branches des sciences physiques, en particulier le domaine de l'hydraulique. L'impact des grands calculateurs a été d'une très grande importance dans le traitement des problèmes décrits par ces équations (Bouchelghoum et als, 2005).

Diverses méthodes numériques, ont été par suite développées à savoir les méthodes des éléments finis, des différences finis et des volumes finis.

Parmi ces méthodes, on a opté dans notre travail pour la méthode des éléments finis, du fait qu'elle est la plus utilisée aujourd'hui pour résoudre les équations aux dérivées partielles, et elle s'applique à la majorité des problèmes rencontrés dans la pratique, définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions. De plus elle s'adapte très bien aux milieux hétérogènes souvent rencontrés dans la pratique.

Les étapes de base de la méthode des éléments finis

La MEF consiste à remplacer un problème continu par un problème discret équivalent. C'est une méthode numérique qui permet de résoudre des problèmes à valeur aux limites. La discrétisation se fait (Gouri et al, 1984., Darrell et als, 1990):

- En remplaçant un domaine géométrique entier par des sous domaines de géométrie simple appelés éléments finis sur lesquels l'étude peut se faire en une seule opération.
- Les équations aux dérivées partielles sont remplacées par des équations algébriques équivalentes à l'aide d'une formulation intégrale (méthode de minimisation de l'erreur).
- La solution globale s'obtient en résolvant un système global par l'assemblage des équations algébriques obtenues sur tous les éléments constituant le domaine géométrique.

APPLICATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS ET RESOLUTION DU PROBLEME

Nous nous sommes intéressés dans cette étude au tracé des lignes équipotentielles et lignes de courant d'un écoulement plan à travers un milieu poreux. Nous avons étudié le cas particulier des infiltrations à travers un barrage en terre. Dans tous nos calculs, on prend le coefficient de perméabilité égale à l'unité ($K = 1\text{m/s}$). L'étude peut être facilement étendue au cas où $k \neq 1$ et au cas quand k est fonction de coordonnées.

Définition du domaine étudié

Le domaine à étudier est délimité par un contour trapézoïdal défini par le profil général du barrage, coupé par une parabole dite ligne de saturation. ON considère le cas d'un barrage en terre sans tapis filtrant, sur une assise imperméable (Fig. 1).

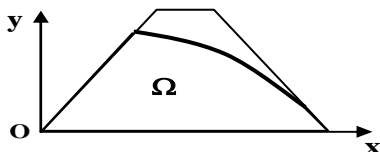


Figure 1 : Barrage sans tapis filtrant

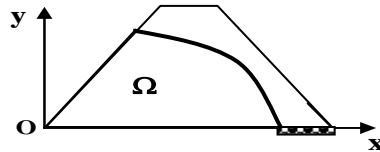


Figure 2 : Barrage avec tapis filtrant

Position mathématique du problème

Le problème des infiltrations à travers le corps d'un barrage en terre peut être régi par l'équation différentielle aux dérivées partielles de *Laplace*.

La résolution de cette équation nous permet d'obtenir les lignes d'égal potentiel (1) et les lignes de courant (2) dans le corps du barrage. Donc la connaissance des vitesses d'écoulement, du débit et des pressions interstitielles dans chaque point du barrage.

$$\Delta \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0$$

$$\Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = 0$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

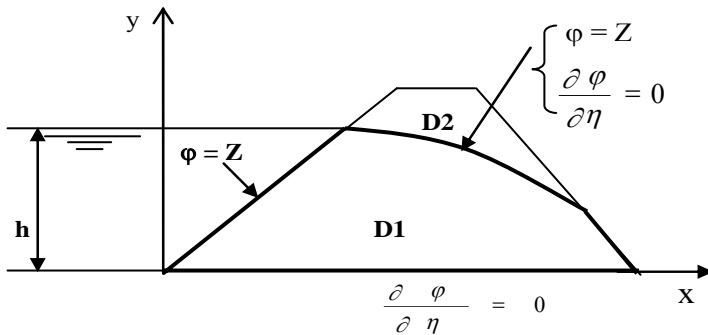


Fig. 3. Types des conditions aux limites

Sur le parement amont

Condition de Dirichlet

$$\varphi(x, y) = Z \quad \text{pour les lignes équipotentiellles.}$$

$$\Psi(x, y) = Z - n \Delta y \quad \text{pour les lignes de courants.}$$

Sur l'assise du barrage

Condition de Newman $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$

Sur la ligne de saturation

Conditions mixtes $\varphi = Z$
 $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$

Intéressons-nous à la résolution de l'équation des lignes équipotentiellles $\Delta \varphi = 0$, et pour déterminer les fonctions des lignes de courant on change les conditions aux limites.

Type de maillage utilisé

Le domaine étudié est discrétisé en éléments rectangulaires puis, chaque rectangle est divisé en deux pour former des éléments triangulaires isoparamétriques à deux degrés de liberté par nœud (Fig. 4).

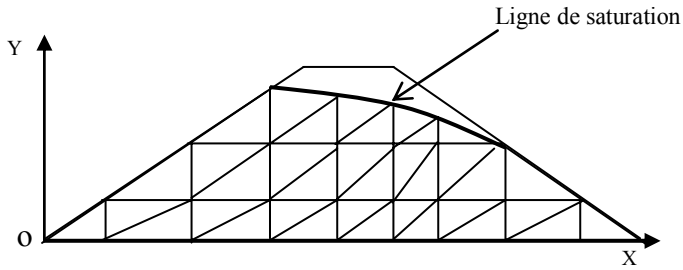


Figure 4 : Type de maillage utilisé

Fonction d'interpolation utilisée

Afin de simplifier notre étude, on utilise une approximation linéaire. L'interpolation sur un élément triangulaire isoparamétrique à deux dimensions (Fig. 5) s'écrit (Gouri et al, 1984) :

$$U(x, y) = a + bx + cy \tag{3}$$

Où :

- U : fonction d'interpolation
- a, b, c : sont des paramètres à déterminer

L'interpolation sur un élément triangulaire isoparamétrique s'écrit :

$$u(x, y) = [N_i(x,y) \ N_j(x,y) \ N_k(x,y)] \tag{4}$$

Avec :

- U_i, U_j, U_k : sont les variables nodales
- N_i, N_j, N_k : sont les fonctions de forme

$$\begin{bmatrix} U_i \\ U_j \\ U_k \end{bmatrix}$$

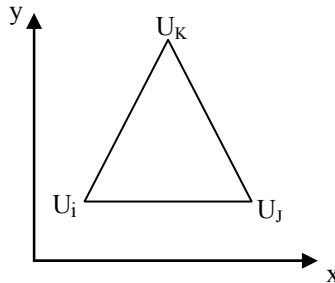


Figure 5 : Élément à deux dimensions.

APPLICATION ET RESULTATS

Tracé du réseau d'infiltration

Le modèle numérique élaboré nous a permis en premier lieu, de calculer les valeurs du potentiel, les fonctions de courant, et les vitesses d'infiltration en chaque point nodal du domaine considéré, et de tracer en suite le réseau des lignes équipotentielles et des lignes de courant pour le type de barrage considéré.

Afin de vérifier la qualité des résultats numériques, nous avons pris trois hauteurs différentes de la retenue 70, 80 et 90m.

Les résultats de calcul numérique sont concrétisés par des courbes représentées sur les figures (6, 7 et 8).

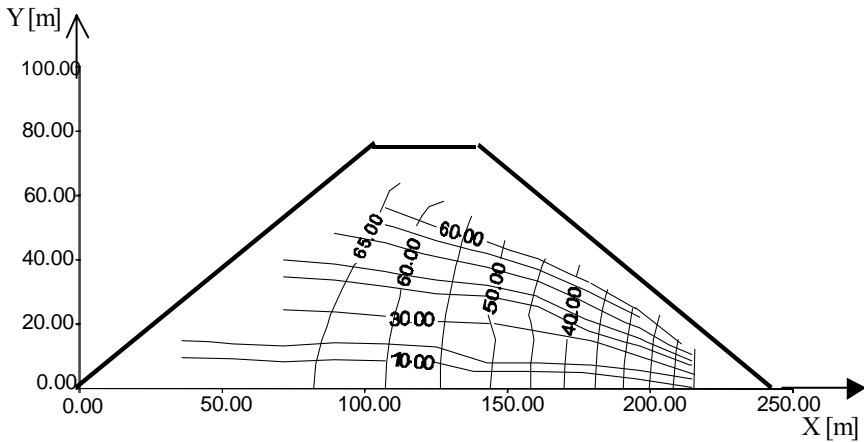


Fig. 6 Réseau des lignes équipotentielles et lignes de courant
l'un barrage en terre sans tapis filtrant.
- Retenue de hauteur 70 m -

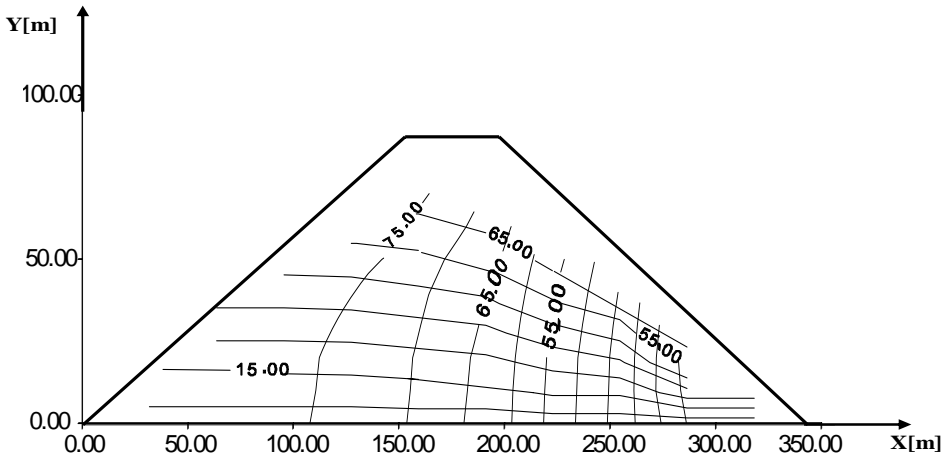


Fig. 7 Réseau des lignes équipotentielles et lignes de courant d'un barrage en terre sans tapis filtrant.
- Retenue de hauteur 80 m -

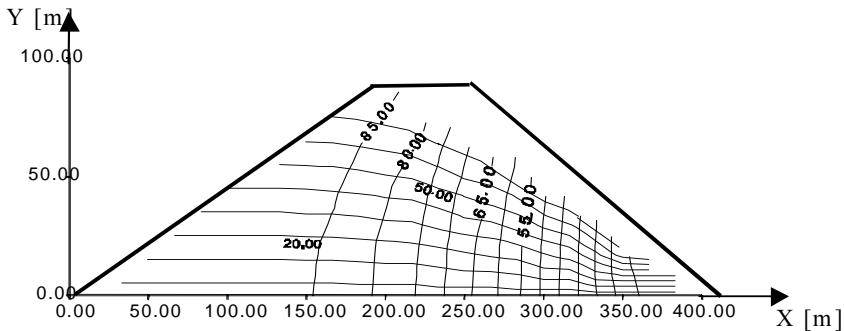


Fig. 8 Réseau des lignes équipotentielles et lignes de courant d'un barrage en terre sans tapis filtrant.
- Retenue de hauteur 90 m -

INTERPRETATION DES COURBES

L'analyse de ces courbes nous ramène aux constatations suivantes:

- Les courbes des lignes équipotentielles ont l'allure de paraboles dont la concavité est dirigée vers l'axe des abscisses positives, et sont perpendiculaires aux lignes de courant en aboutissant perpendiculairement à la courbe phréatique, qui constitue la limite supérieure du domaine considéré, et à la base du barrage représentant la limite inférieure du domaine.
- Les courbes des lignes de courant ont l'allure de paraboles d'axe Ox , dont le foyer est à l'origine, et dont la concavité est dirigée vers des abscisses négatives.
- La ligne de courant de valeur $\psi = 0$, coïncide avec l'axe des X , ce qui montre que la base imperméable du barrage est une ligne de courant.

Du même, les courbes des lignes équipotentielles, obtenues théoriquement sont des paraboles homofocales d'axe Ox dont le foyer est situé à l'extrémité aval de la base dans le cas du barrage sans tapis filtrant, de paramètre b , et dont la concavité est tournée vers les X positifs, aboutissant perpendiculairement sur la ligne phréatique et sur la base du barrage [Carlier, 1980], par conséquent, les courbes des lignes équipotentielles et lignes de courant obtenues par le calcul numérique présentent des similitudes assez proches des courbes obtenues théoriquement, et ceci est vérifié pour les trois hauteurs de la retenue. Il en résulte que le réseau d'infiltration à travers les massifs en terre, obtenu par le calcul numérique présente les mêmes propriétés du réseau d'infiltration constitué des deux familles de paraboles orthogonales homofocales obtenues théoriquement.

COMPARAISON DES RESULTATS NUMERIQUES ET THEORIQUES

La comparaison des résultats numériques et théoriques, nous permet de vérifier la convergence de la méthode des éléments finis et la validité du modèle numérique élaboré. Pour cela, nous avons calculé le potentiel théorique correspondant à quelques points pris dans le domaine. Les résultats de calcul obtenus par les trois méthodes sont résumés dans les tableaux 1, 2 et 3.

Tableau 1. Quelques valeurs de φ , Ψ , V et débit de fuite (Q) pour une retenue de 70m

Point	x (m)	y (m)	φ numérique	φ numérique	φ théorique	V (m/s)	Ψ numérique	Q (m ³ /s)
			MDF	MEF			MEF	
1	85.40	0.437	63.40	64.28	67.02	0.22	0.00	0.060
2	96.60	59.062	68.90	67.80	65.84	0.32	60.00	
3	160.30	6.562	43.80	48.33	48.30	0.27	11.24	
4	115.00	4.687	55.60	62.17	61.08	0.08	5.51	0.00573
5	119.00	0.875	55.90	58.75	59.37	0.30	5.49	0.00165
6	125.30	4.375	54.40	56.81	57.83	0.31	7.14	

Tableau 2. Quelques valeurs de φ , Ψ , V et débit de fuite (Q) pour une retenue de 80m

Point	x (m)	y (m)	φ numérique	φ numérique	φ théorique	V (m/s)	Ψ numérique	Q (m ³ /s)
			MDF	MEF			MEF	
1	200.00	16.00	57.30	61.91	61.11	0.08	27.62	0.04965
2	270.00	40.00	44.30	43.51	43.74	0.34	77.27	
3	148.00	71.50	72.00	72.73	73.31	0.35	68.20	
4	240.00	40.50	49.90	54.07	52.09	0.20	53.74	0.01446
5	284.00	38.50	40.40	43.51	39.29	0.34	41.59	

6	264.00	46.50	45.80	45.45	46.03	0.18	46.37	0.00478
---	--------	-------	-------	-------	-------	------	-------	---------

Tableau 3. Quelques valeurs de φ , Ψ , V et débit de fuite (Q) pour une retenue de 90m

Point	x (m)	y (m)	φ numérique MDF	φ numérique MEF	φ théorique	V (m/s)	Ψ numérique MEF	Q (m ³ /s)
1	349.20	37.143	43.70	40.52	40.54	0.18	48.25	
2	358.80	37.143	40.30	40.66	37.32	0.17	85.60	0.041
3	333.20	56.572	88.60	-	89.12	0.20	62.52	
4	160.80	60.572	83.60	84.93	84.55	0.06	63.56	0.00104
5	274.80	59.429	56.00	62.50	62.15	0.10	69.49	
6	218.40	71.429	61.80	74.68	74.40	0.08	83.30	0.01381

Ces tableaux montrent que les valeurs des potentiels calculés par les méthodes numériques sont assez proches des valeurs calculées théoriquement. En effet, dans la plupart des cas, les résultats numériques obtenus par la MEF présentent une bonne convergence que les résultats obtenus par la MDF, et ceci peut être expliqué par le fait que le domaine étudié (massif d'un barrage en terre), a une géométrie irrégulière, ce qui rend le maillage carré par la MDF difficile, et provoque des points qui sortent du domaine, par exemple le point de coordonnées (33.2, 56.572), tandis que la MEF présente l'avantage d'être appliquée aux domaines de géométries complexes.

CONCLUSION

Le problème d'écoulement en milieux poreux notamment les infiltrations à travers les digues en terre est un problème très complexe, mais à travers de longues études faites dans ce domaine, a pu être exprimé par les lois physiques comme celle de Darcy, qui permet de conclure que ce type d'écoulement est à potentiel de vitesse régit par l'équation de Laplace.

A travers l'application du modèle numérique élaboré et la comparaison entre les différentes méthodes utilisées, nous avons pu constater que les résultats numériques sont en accord avec ceux obtenus théoriquement, par conséquent la MEF présente une bonne approche vers la solution théorique.

Nous avons traité dans notre travail, le cas particulier de l'infiltration dans un barrage en terre sur une assise imperméable, et un coefficient de perméabilité isotrope égal à l'unité. Le procédé de calcul pourra être étendu aux cas généraux par extension avec un coefficient de perméabilité non linéaire, pour des cas réels afin de prévoir les ouvrages

de protection contre les infiltrations à travers les digues en terre et remédier à ce problème en minimisant les débits de fuite et les pressions interstitielles.

- La modélisation numérique d'une infiltration a donné des résultats comparables aux courbes théoriques du point de vue qualitatif (allure de la courbe);
- La plupart des résultats numériques concordent avec la théorie sur le calcul du débit de fuite ; cependant, une étude plus approfondie est nécessaire pour définir parfaitement l'évolution des pressions interstitielles en fonction de tous les paramètres géomécaniques d'un sol constituant le barrage.
 - La prise en compte des variations de perméabilité peut améliorer la prévision du débit de fuite.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Bouchelghoum F., Kadri M & Hamidou M., 2005 Etude numérique des écoulements à travers un milieu poreux. Application au cas d'un barrage en terre *avec tapis filtrant*. 1^{er} Séminaire national sur la mobilisation et l'exploitation des ressources en eau. 12 et Nov 2005. Univ, Batna, Algérie. pp 169-176.

Bouchelghoum F & Kchida S., 2005 Problèmes d'envasement des barrages et méthode de résolution. 1^{er} Séminaire national sur la mobilisation et l'exploitation des ressources en eau. 12 et Nov 2005. Univ, Batna, Algérie. pp 272-279.

Carlier, M., 1980 Hydraulique générale et appliquée. Ed. Luis Jean. 1980.

C.F.G.B, Comité Français des Grands Barrages. Réalisation Astragale. Ed. 2000.

Darrell, W. Pepper., Juan, C & Heinrich Francis 1990 The Finite Element Method. Ed. Taylor.

Gouri, D., Gilbert, T., 1984 Une présentation de la Méthode des Eléments Finis. 2^{ème} Ed.